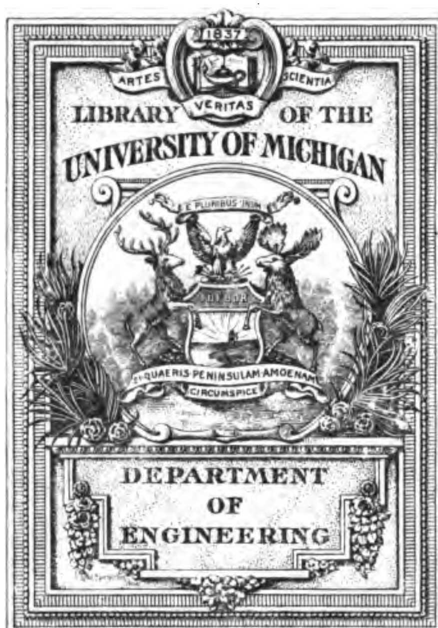

UNIV.
OF
MICH.





1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE
DEPARTMENT
OF
ENGINEERING



Digitized by Google

Eq 10 q (bis)

LA
TRACTION MÉCANIQUE
DES TRAMWAYS

PAR

M. E. DE MARCHENA

INGÉNIEUR DE L'ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES

SUPPLÉMENT

PARIS

E. BERNARD et Cie, IMPRIMEURS-EDITEURS

53 ter, Quai des Grands-Augustins, 53 ter

1895

LA
TRACTION MÉCANIQUE
DES TRAMWAYS

PARIS. — IMPRIMERIE E. BERNARD ET Cie
23, RUE DES GRANDS-AUGUSTINS, 23

LA

TRACTION MÉCANIQUE

DES TRAMWAYS

PAR

rnst Rafaël Joseph

M. E. DE MARCHENA

INGÉNIEUR DE L'ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES

SUPPLÉMENT

PARIS

E. BERNARD et Cie, IMPRIMEURS-EDITEURS

53 ter, Quai des Grands-Augustins, 53 ter

1895

ANNEXES

DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS
D'UN
PROJET DE TRACTION MÉCANIQUE

CHAPITRE PREMIER

Travail nécessaire à la traction

§ I. — L'effort que doit développer un moteur de tramway sert à vaincre des résistances de divers genres et qui sont dues, les unes à la pesanteur et les autres, pour la majeure partie, à des frottements variés dont nous allons passer les causes en revue.

Il en résulte que ces résistances diffèrent considérablement avec la nature du profil, le système de voie adopté, l'entretien de cette voie et du matériel roulant.

§ II. — *Résistances en palier et en alignement droit.* — Ces résistances sont exclusivement des résistances de frottement; elles proviennent principalement :

1° Du roulement des roues sur les rails.

2° Du frottement des essieux dans les boîtes à graisse.

3° Du frottement à vide des différentes parties du mécanisme des voitures automobiles et des locomotives.

La résistance au roulement proprement dit est très-faible sur les grandes voies ferrées établies avec rails saillants sur plate-forme spé-

ciale et parfaitement entretenues. Mais elle acquiert une importance beaucoup plus grande sur les voies de tramways généralement munies de rails à ornières, placées au milieu de la chaussée et qui, par la forme même du rail, leur entretien médiocre, la poussière, la boue qui les recouvrent, présentent une surface de roulement bien moins parfaite et continue que celle des grandes voies ferrées.

Aussi les coefficients de résistance au roulement qui ne dépasse guère 1 kilogramme par tonne sur les grands chemins de fer, s'élève en moyenne à 4, 5 ou 6 kilogrammes pour les voies Marsillon, Humbert ou Broca généralement employées pour les tramways et souvent même davantage. La voie Marsillon est celle qui offre le moins de résistance car le bourrelet des roues ne peut jamais toucher le fond de la gorge.

Les voies de tramway installées sur accottement de routes en rails saillants offrent beaucoup moins de résistance au roulement.

Le deuxième élément important de la résistance en palier et alignement droit provient du frottement des fusées des essieux dans les boîtes à graisse et a pour expression :

$$1000 \, f \, \beta. \qquad \text{par tonne.}$$

f, désignant le cœfficient de frottement.

β, le rapport du diamètre de la fusée à celui de la roue.

Le rapport β dépend du diamètre adopté pour la roue et de la charge par essieu. On a évidemment intérêt à le diminuer en réduisant le diamètre de la fusée; mais on augmente en même temps la pression par centimètre carré entre la fusée et son coussinet, ce qui, passée une certaine limite, peut nuire au graissage et augmenter le coefficient de frottement f.

On ne dépasse pas en général 15 à 20 kilogrammes par centimètre carré. Pour les voitures à voyageurs la valeur de β oscille entre 0,08 et 0,10. Elle est sensiblement plus grande pour les locomotives et les automobiles qui ont à supporter des efforts beaucoup plus considérables.

Quant au coefficient f, on admet en général pour lui une valeur de

0,05; mais avec un graissage à l'huile continu et très soigné, on est souvent arrivé à réduire beaucoup sa valeur et descendre jusqu'à 0,03 et même 0,02.

On peut, en moyenne, admettre pour 1000 $f\beta$ une valeur de 3 à 5 kilogrammes pour les voitures à voyageurs et de 5 à 6 kilogrammes pour les locomotives et automobiles.

Ces dernières présentent, en outre, des résistances supplémentaires par suite des frottements à vide de leur mécanisme moteur.

Dans les tramways électriques les engrenages de réduction, (surtout quand le train est double) absorbent un travail sensible. Il en est de même pour les différentes pièces du mécanisme des tramways à air comprimé et à vapeur.

Ces résistances complexes sont évidemment très variables; mais on ne peut guère leur attribuer une valeur inférieure à 2 ou 3 kilogrammes par tonne.

En résumé, pour les voitures à voyageurs à deux essieux, ne pesant pas plus de 6 à 7 tonnes en charge, la résistance en palier et alignement droit dans de bonnes conditions moyennes, peut s'évaluer à :

4 à 6	kilos par	tonne	sur voie Vignole en rails saillants
7 à 9	»	»	sur voie Marsillon
8 à 10	»	»	sur voie Humbert ou Broca

Pour des automobiles et des locomotives, ces chiffres doivent être majorés et portés à :

8 à 10	kilos par	tonne	sur voie Vignole
12 à 14	»	»	sur voie Marsillon
13 à 15	»	»	sur voie Humbert ou Broca

Si les voies sont mal posées ou mal entretenues, ces chiffres peuvent s'augmenter dans de fortes proportions ; il en est de même quand l'état d'entretien du matériel roulant laisse à désirer ou quand le graissage est mal fait.

Des expériences faites sur plusieurs lignes amèneraient probablement la constatation de très grandes différences dans ces divers coeffi-

cients et expliqueraient bien des mécomptes et des insuccès attribués parfois à tort au système de traction employé.

La bonne pose de la voie, l'entretien soigné du matériel ont donc une importance considérable. Presque tout le travail absorbé par la traction mécanique se réduisant en définitive à des travaux de frottement, toutes les dépenses qui auront pour résultat la réduction des divers coefficients trouveront une large compensation dans l'économie de force motrice et la moindre usure du matériel.

§ 3. — *Résistances additionnelles.* — Parmi ces résistances se trouvent en première ligne celles dues aux rampes.

On sait que la résistance additionnelle due à une rampe d'angle α, a pour expression :

$$1000 \sin \alpha$$

L'angle α est en général assez petit pour qu'on puisse le confondre avec sa tangente; aussi admet-on qu'une rampe produit une augmentation de l'effort de traction par tonne, d'autant de kilogrammes que cette rampe compte de millimètres par mètre. L'effort de traction peut donc être augmenté dans une très forte proportion.

En second lieu viennent les résistances additionnelles dues aux courbes. Ces résistances proviennent :

1° De ce que les roues étant calées sur leurs essieux, les roues intérieures sont forcées de glisser d'une quantité égale à la différence des longueurs développées des rails extérieur et intérieur.

2° De ce que les essieux étant, en général, parallèles entre eux, l'ensemble de la voiture doit glisser sur la voie en tournant autour de son centre de gravité pour changer de direction.

3° Du frottement des mantonnets des roues contre les rails soit par suite de la force centrifuge, soit par suite du coincement qui tend à se produire malgré le léger élargissement qu'on a soin de donner à la voie.

Ces différentes résistances sont inversement proportionnelles aux rayons des courbes. Négligeables sur les courbes à grands rayons, elles atteignent des valeurs très importantes sur les courbes de très faible rayon (15 à 20 mètres) qui se rencontrent assez fréquemment

sur les lignes de tramway. Des expériences ont montré que l'effort de traction était souvent doublé et même triplé, la résistance additionnelle atteignant 15 à 20 kilogrammes par tonne.

Un excellent moyen pour la réduire et faciliter le passage dans les courbes de très faible rayon tout en conservant une distance d'essieux convenable pour la stabilité de la voiture consiste, quand cela est possible, à rendre les essieux indépendants l'un de l'autre et à leur permettre de converger soit par l'emploi de boîtés Roy, soit plutôt par l'emploi de trucks articulés, analogues aux trucks Averly employés sur les tramways électriques de Saint-Denis à Paris, ou aux trucks Béjinès employés pour voitures à voyageurs sur les tramways de Lille, soit enfin par l'emploi de boggies, comme dans certaines lignes américaines de tramways électriques.

Les démarrages sont une troisième cause de résistance additionnelle dont l'importance peut être sensible quand les arrêts et les départs se font à de fréquents intervalles.

Si l'on désigne par :

γ l'effort supplémentaire de traction par tonne nécessité par le démarrage;
t la durée du démarrage ;
V la vitesse atteinte au bout du temps t.

On a la relation :

$$\gamma = \frac{1000}{g} \frac{V}{t} = 102 \frac{V}{t}$$

En donnant à V et à différentes valeurs comprises entre 2 et 5 mètres par seconde et à t différentes valeurs comprises entre 5 et 20 secondes, on a pour γ les valeurs contenues dans le tableau ci-après :

VITESSE atteinte à la fin du démarrage	DURÉE DU DÉMARRAGE			
	5"	10"	15"	20"
2m. à la seconde.	40kg,8	20kg,4	13kg,6	10kg,8
3 . — .	61 ,2	30 ,6	20 ,4	15 ,3
4 . — .	81 ,6	40 ,8	27 ,2	20 ,4
5 .. — .	102	51	34	25 ,4

Cet effort supplémentaire peut donc être très considérable ; de fait, pendant les démarrages l'effort de traction atteint souvent le triple ou le quadruple de l'effort moyen.

Le travail supplémentaire, par tonne, absorbé par un démarrage, a pour valeur :

$$T = \frac{1000}{g} \frac{V^2}{2} = 51 V^2$$

Pour V = 3 mètres	T = 460 kilogrammètres
Pour V = 4 »	T = 816 »

§ 4. — *Puissance maximum à développer par le moteur.* — L'examen du profil permet de déterminer facilement le point de la ligne où la résistance est le plus considérable, le moteur doit être déterminé de manière à pouvoir démarrer en ce point. Pour que le démarrage soit facile, il ne faut pas compter moins de 10 kilogrammes par tonne pour l'effort de traction supplémentaire qu'il nécessite.

On possède ainsi tous les éléments servant à déterminer l'effort de traction maximum que le moteur doit pouvoir développer.

Soit E_m cet effort.

f_m et F_m les coefficients de résistance maxima concernant respectivement les voitures à voyageurs et les remorqueurs.

p et P les poids en charge respectifs.

On aura :

$$E_m = f_m p + F_m P$$

D'autre part, en désignant par λ le coefficient d'adhérence, on doit avoir, comme l'on sait, pour remplir les conditions d'adhérence :

$$E_m < \lambda P$$

D'où l'on déduit :

$$P > p \times \frac{f_m}{\lambda - F_m}$$

$\lambda = 0{,}12$ à $0{,}13$

Cette relation permet de déterminer la valeur minimum de $\frac{P}{p}$.

Si p est nul, les conditions d'adhérence exigent seulement :

$$F_m < \lambda$$

Ce qui détermine le profil de plus grande résistance que puisse aborder un tramway à simple adhérence.

Bien entendu, ces considérations ne s'appliquent pas aux tramways funiculaires pour lesquels on n'a pas à tenir compte des conditions d'adhérence.

§ V. — *Travail total absorbé par un trajet complet. Résistance moyenne.* — L'examen du profil permet de déterminer la résistance F en chaque point de la ligne.

Le travail total par tonne pour un trajet complet aller et retour sera égal à la somme $\Sigma F \Delta l$ des travaux élementaires sur chaque tronçon Δl et la résistance moyenne sera :

$$\frac{\Sigma F \Delta l}{\Sigma \Delta l}$$

Mais il y a lieu de remarquer que tous les éléments de la somme $\Sigma F \Delta l$ ne peuvent être que de même signe, car le travail de la pesanteur sur les pentes ne peut être utilisé en entier, les freins devant absorber tout ce qui dépasse la résistance propre du profil.

Cette somme est facile à déterminer en la décomposant en ses éléments comme suit :

1° Travaux dus à la résistance en palier et en alignement droit ;

2° Travail dû aux résistances supplémentaires des courbes ;

3° Travail absorbé par les freins sur les pentes (formant la contrepartie inutilisée des travaux dépensés sur les rampes) ;

4° Travail absorbé par les freins sur les arrêts (formant la contrepartie de travaux de démarrage).

On a donc :

$$T = l \times r + l_c \times r_c + \Sigma (h - r l_h) + n \times 51 \, V^2$$

l étant la longueur totale de la ligne ;

r la résistance en palier et alignement droit;

l_c et r_c la longueur et la résistance supplémentaire des courbes ;

h la somme des montées d'inclinaison supérieures à r ;

l_h la longueur de ces montées ;

n le nombre d'arrêts.

Pour apprécier l'importance des pertes de travail dues aux arrêts, il suffit de remarquer que la force vive perdue est de 6 à 700 kilogrammètres par tonne, à chaque arrêt, ce qui correspond, au point de vue du travail dépensé à une résistance additionnelle moyenne de 0 k. 7 n' ; n' étant le nombre moyen d'arrêts et de départs par kilomètre.

La résistance moyenne s'obtient en divisant le travail total par la longueur du parcours :

$$r_m = r + r_c \times \frac{l_c}{l} + \Sigma \frac{h - rl_h}{l} + \frac{51\, n\, V^2}{l}$$

La différence d'avec la résistance en palier et alignement droit dépend de l'importance des articles 2, 3 et 4 et varie beaucoup avec la nature du profil.

En moyenne, sur les lignes à pentes modérées, cette différence oscille entre 3 et 5 kilogrammes, de telle sorte que leur résistance moyenne peut s'évaluer aux chiffres suivants :

Voitures à voyageurs :

8 à 10	kilos par tonne	sur voie Vignole
11 à 13	» »	sur voie Marsillon
12 à 14	» »	sur voie Humbert ou Broca

Automobiles et locomotives :

12 à 13	kilos par tonne	sur voie Vignole
15 à 17	» »	sur voie Marsillon
16 à 18	» »	sur voie Humbert ou Broca

Ces chiffres peuvent toutefois être dépassés de beaucoup sur les lignes très accidentées. Ainsi sur la ligne électrique de « Remscheid » les pentes et rampes augmentent à elles seules la résistance moyenne de plus de 10 kilogrammes par tonne.

Aussi la résistance moyenne n'y est-elle guère inférieure à 25 kilogrammes par tonne.

Les tramways funiculaires présentent seuls l'avantage de permettre à la descente la récupération presque complète du travail d'ascension des rampes. Par contre, les pertes de travail dues aux démarrages sont plus fortes que dans les autres systèmes.

CHAPITRE II

Tramways funiculaires

§ 5. — Les éléments principaux à déterminer pour l'établissement d'un tramway de ce genre sont les tensions dans les différentes parties du câble, tensions dont dépendent l'effort à développer à la jante des poulies motrices et la puissance des machines à vapeur ou hydraulique.

Les tensions dans le câble proviennent de diverses causes que nous allons successivement étudier et qui se composent essentiellement :

1° Des résistances passives dues au poids seul du câble, comprenant elles-mêmes :

a) Les résistances en alignement droit;

b) Les résistances en courbes.

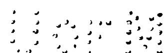
2° Des résistances dues au remorquage des voitures et qui se décomposent en :

c) Résistances utiles provenant de l'effort de traction nécessaire à chaque voiture.

d) Résistances passives supplémentaires provenant de l'accroissement des tensions du câble occasionné par ces résistances utiles.

3° Du supplément de résistances passives dû à la tension initiale qu'il est indispensable de donner au câble pour assurer son adhérence sur les poulies motrices.

Il serait fort compliqué d'établir la théorie exacte des phénomènes accompagnant le mouvement du câble, de manière à en déduire les valeurs de ces tensions en ses différents points et aux différents moments et nous n'avons pas cherché à le faire. Nous avons simplement cherché à obtenir une limite supérieure de ces efforts, ainsi que quelques données approchées sur le fonctionnement moyen et à cet égard les calculs qui suivent peuvent fournir des indications utiles pour la pratique.



§ 6. — *Résistances passives dues au poids mort du câble.* — Le câble est guidé en alignement droit par des poulies à axe horizontal et en courbe par des poulies à axe vertical ou oblique. Ces poulies sont espacées en moyenne de 8 à 10 mètres.

Pour déplacer le câble posé sur toutes ces poulies, il faut vaincre les résistances dues au frottement du câble sur les jantes des poulies, au frottement des axes des poulies et à la raideur des câbles.

1° Poulies d'alignement droit :

Soient :

p le poids du câble par mètre courant ;
l la distance entre les axes de deux poulies ;
D et d les diamètres des poulies et de leurs axes ;
Q le poids de chaque poulie ;
f le coefficient de frottement de l'axe sur son support.

La résistance due à chaque poulie a pour valeur :

$$\Delta R = pl \times \frac{\varepsilon}{D} + (Q + pl) \times f \times \frac{d}{D}$$

$$= lp \times \left[\frac{\varepsilon}{D} + \left(1 + \frac{Q}{pl}\right) f \frac{d}{D}\right] \qquad (1)$$

La résistance totale due aux poulies d'alignement droit sera donc :

$$R = \Sigma\Delta R = Lp \times \left[\frac{\varepsilon}{D} + f \frac{d}{D}\left(1 + \frac{Q}{pl}\right)\right] = \varphi Lp \qquad (1)'$$

L étant la longueur totale des alignements droits.

Le coefficient φ dépend principalement du diamètre adopté pour les poulies et du bon graissage des tourillons.

Dans de bonnes conditions moyennes il peut varier de 0,02 à 0,04, et l'effort de traction par kilomètre dû à ces résistances passives varie de 60 à 100 kilogrammes.

2° Poulies en courbe.

La pression sur l'axe, déterminée par la tension du câble a pour valeur $2T \sin \frac{\alpha}{2}$, soit avec une approximation suffisante, l'angle α, étant généralement très petit :

$$T\alpha.$$

Il en résulte une résistance due au frottement de l'axe représentée par :

$$T\alpha f \frac{d'}{D'}$$

Il y a de plus à ajouter les résistances dues à la raideur du câble et au poids propre de ce câble et de la poulie et dont la valeur a pour expression :

$$T \frac{\varepsilon'}{D'} + \varphi' l' p$$

Soit ρ le rayon de la courbe et L' son développement total.

On aura :

$$l' = \rho\alpha$$

$$\Delta R' = T \left[\frac{\varepsilon'}{D'} + f \frac{l'}{\rho} \frac{d'}{D'}\right] + \varphi' l' p \qquad (2)$$

$$R' = \Sigma\Delta R' = L' \left[\varphi' p + T \left(\frac{\varepsilon'}{l' D'} + f \frac{d'}{\rho D'}\right)\right] = L' (\delta + \beta T) \qquad (2)'$$

Nous voyons que dans ce cas, la résistance dépend de la tension du câble et par suite des résistances éprouvées par lui jusqu'à la poulie de courbe en question.

Dans l'expression (2), le terme $\alpha T f \frac{d'}{D'}$ a une valeur prépondérante du moins dans les courbes de faible et moyen rayon ; aussi la résistance de ces courbes dépend-elle principalement de leur angle et non de leur développement. Une courbe de 90° présente en moyenne une résistance de 30 à 40 kilogrammes pour un câble de 2 k. 5 à 3 kilos le mètre courant.

Les résistances en courbe sont bien supérieures à celles en alignement droit ; aussi les sinuosités nombreuses sont-elles très défavorables à l'établissement d'une ligne à traction funiculaire.

Les résistances passives dépendent principalement du degré de lubrification du câble et des poulies de support et on peut diminuer sensiblement la puissance absorbée en entretenant avec soin tous ces organes.

Des expériences faites au tramway de Belleville ont montré que les

résistances passives du câble variaient avec la tension initiale T_0 suivant une fonction linéaire de la forme [1] :

$$R = A + B\ T_0$$

En supposant la tension initiale nulle, on voit que les résistances passives dues au poids propre du câble et des poulies de support se résument au premier terme

$$R = A$$

Au moment des expériences faites à vide, A a varié de 1000 à 1100 kilogrammes, correspondant à une résistance de 200 à 250 kilos par kilomètre de voie. Cette résistance moyenne très considérable provient des sinuosités nombreuses de la ligne dont près du quart est en courbe.

§ 7. — *Résistances dues au remorquage des voitures.* — L'effort de traction nécessaire au remorquage des voitures se détermine d'après les considérations que nous avons développées au précédent chapitre. Il en résulte dans les tensions du câble avant et après la voiture une différence qui est précisément égale à l'effort de traction développé. Remarquons que cette différence peut être positive ou négative et que sur certaines pentes le poids des voitures soulage le câble en diminuant la tension en avant. Le travail absorbé par les rampes est donc entièrement récupéré sur les pentes, ce qui est un avantage particulier au système funiculaire.

L'effort de traction par voiture varie énormément aux différents points de la ligne ; mais c'est aux démarrages que se produit généralement le maximum qui dépend lui-même du serrage du grip ; l'effort qu'il est possible au conducteur de développer sur le volant de manœuvre étant limité, l'effort de traction est aussi limité, cette limite variant d'ailleurs avec le coefficient de frottement du câble sur le grip et par suite avec le goudronnage du câble.

Les choses doivent être disposées de manière à pouvoir démarrer facilement sur les plus fortes rampes.

(1) Ces détails sont empruntés à la très intéressante brochure de M. M. Widmer, publiée dans *les Annales des Ponts et Chaussées*, sur le funiculaire de Belleville.

D'autre part l'expérience a montré que le coefficient de frottement n'était pas constant pendant la durée du démarrage ; il paraît dépendre de la vitesse relative du câble par rapport au grip et atteint sa valeur maximum quand cette vitesse relative est nulle, c'est à-dire vers la fin du démarrage. L'effort de traction développé suit la même progression et sa valeur maximum dépasse souvent une fois et demie sa valeur moyenne; il y a lieu d'en tenir compte dans le calcul du démarrage.

Cette valeur maximum atteint souvent 150 à 200 kilos par tonne remorquée et 0,15 à 0,20 de l'effort maximum de serrage du grip.

Remarquons que pendant toute la durée du démarrage il y a déplacement relatif du câble par rapport au grip ; il en résulte un frottement intense dont le travail vient s'ajouter au travail utile du démarrage de la voiture et le doubler à très peu près.

La somme des efforts de traction cumulés des différentes voitures a une valeur très variable, les fluctuations sont brusques et considérables, surtout quand il y a peu de voitures en service. Une seule voiture en démarrant pouvant absorber un effort de traction dix fois supérieur à l'effort moyen, on voit qu'avec 8 à 10 voitures en service le maximum peut facilement dépasser le double de l'effort moyen.

L'examen du profil de la ligne permettra d'apprécier avec suffisamment d'exactitude le rapport probable entre la valeur maximum et la valeur moyenne de la somme des efforts de traction.

§ 8. — La force nécessaire au remorquage de chaque voiture venant augmenter à chaque fois la tension du câble, augmente par cela même les résistances passives de chaque courbe située en amont. Il serait très compliqué de calculer exactement l'accroissement de ces résistances passives, accroissement qui varie d'ailleurs à chaque instant en même temps que les tensions du câble aux différents points. Mais on peut en avoir une limite supérieure et la valeur moyenne avec une approximation très suffisante, de la manière suivante :

On suppose :

1° La valeur moyenne des efforts de traction suivant chaque brin d'aller et de retour uniformément répartie sur la longueur de ces

brins. On aura ainsi deux séries de forces fictives de q et q' kilogrammes par mètre courant, de telle sorte que la tension du câble s'accroîtra :

De q kilos par mètre courant sur le brin d'aller.

De q' kilos par mètre courant sur le brin de retour.

Si l'on désigne par :

$\lambda_1 \lambda_2$..... les longueurs de câble comprises entre chaque courbe et la poulie de départ.

$n_1 n_2$..... les nombres de poulies de chaque courbe.

$\alpha_1 \alpha_2$..... les angles de ces courbes.

La résistance additionnelle due à la première courbe sera :

$$r_1 = \lambda_1 q \left[\alpha_1 f \frac{d'}{D'} + n_1 \frac{\varepsilon'}{D'}\right] \qquad (3)$$

La résistance additionnelle due à la deuxième courbe sera :

$$r_2 = (\lambda_2 q + r_1) \left[\alpha_2 f \frac{d'}{D'} + n_2 \frac{\varepsilon'}{D'}\right] \qquad (3)'$$

Pour la troisième :

$$r_3 = (\lambda_3 q + r_1 + r_2) \left[\alpha_3 f \frac{d'}{D'} + n_3 \frac{\varepsilon'}{D'}\right] \qquad (3)''$$

Pour la m^{eme} :

$$r_m = (\lambda_m q + \Sigma_1^{m-1} r) \left[\alpha_m f \frac{d'}{D'} + n_m \frac{\varepsilon'}{D'}\right] \qquad (3)'''$$

La tension supplémentaire totale à l'extrémité du brin d'aller sera :

$$T_m = \Sigma_1^m r$$

On opérerait de la même façon pour les courbes du brin de retour.

2° On suppose une surcharge Q égale à l'écart probable entre la valeur maximum et la valeur moyenne des efforts de traction se déplaçant sur le câble et l'on examine le point où elle produit l'effet le plus défavorable. C'est évidemment au sortir du tendeur, sur le brin sortant. Mais il se peut qu'une pareille surcharge ne soit pas vraisemblable en ce point, par exemple si l'usine est située en un point haut de telle sorte que le brin sortant desserve une pente (et c'est ce qu'on doit autant que possible chercher à réaliser). Dans ce cas on supposera la surcharge placée au premier palier ou sur la pre-

mière rampe qui se présentera sur le brin sortant. S'il y a peu de voitures en service, on pourra remplacer cette surcharge fictive par l'effort de démarrage d'une voiture et on examinera le point où ce démarrage est le plus désavantageux.

La surcharge Q produira sur la première courbe située en amont un supplément de résistances passives représenté par :

$$r'_1 = Q \left[\alpha_1 f \frac{d'}{D'} + n_1 \frac{\varepsilon'}{D'}\right] \qquad (4)$$

Sur la deuxième courbe :

$$r'_2 = (Q + r'_1) \left[\alpha_2 f \frac{d'}{D'} + n_2 \frac{\varepsilon}{D'}\right] \qquad (4)'$$

Sur la m^{eme} :

$$r'_m = (Q + \Sigma_1^{m-1} r') \left[\alpha_m f \frac{d'}{D'} + n_m \frac{\varepsilon'}{D'}\right] \qquad (4)''$$

Les expressions $\alpha f \frac{d'}{D'} + n \frac{\varepsilon'}{D'}$, devront être calculées à l'avance pour chaque courbe : une fois ces coefficients caractéristiques de chaque courbe déterminés, les calculs pourront se faire très rapidement.

Pour des conrbes de 30 à 50 mètres de rayon, la valeur de ce coefficient peut varier de 0,00015 à 0,00020 par degré d'angle de la courbe.

Les poulies de courbe doivent avoir leurs axes graissés avec un soin tout particulier, car leur bon fonctionnement est bien plus précieux que celui des poulies d'alignement droit.

§ 2. — *Résistances passives dues à la tension initiale* T_o. — Les résistances passives dues à la tension initiale du câble se calculent de la même façon.

Soient :

A_1 A_2..... les coefficients de la forme $\left(\alpha f \frac{d'}{D'} + n \frac{\varepsilon'}{D'}\right)$ calculés pour chaque courbe.

Une tension initiale de 1 kilo produit une résitance passive additionnelle :

Sur la première courbe	$r''_1 = A_1$	(5)
Sur la deuxième courbe	$r''_2 = A_2 (1 + A_1)$	
Sur la troisième courbe	$r''_3 = A_3 (1 + r''_2 + r''_1)$	
Sur la $m^{ème}$ courbe	$r''_m = A_m (1 + \Sigma^{m-1} r'')$	

Soit S_A la somme $\Sigma r''$ étendue à la ligne tout entière.

Pour une tension initiale T_o, il en résultera une résistance passive $T_o S_A$.

Si nous désignons par T_M la valeur maximum de la tension du brin rentrant déterminée d'après les calculs précédents, par θ l'arc d'enroulement du câble sur les poulies motrices et par f le coefficient de frottement du câble sur ces poulies, nous savons que pour éviter tout glissement du câble sur les poulies il faut que T_o satisfasse à l'inégalité :

$$T_o e^{f\theta} > T_M + T_o S_A$$

Ou bien en désignant par $(1 + k)$ un coefficient de sécurité suffisant, on doit avoir :

$$T_o e^{f\theta} = T_M (1 + k) + T_o S_A \qquad (6)$$

D'où l'on tire :

$$T_o = \frac{T_M (1 + k)}{e^{f\theta} - S_A} \qquad (6)'$$

On a intérêt à réduire T_o autant que possible. Pour cela on augmente autant que possible l'arc d'enroulement θ sur les poulies motrices et le coefficient de frottement f en munissant ces poulies d'une garniture en cuir et en évitant de trop goudronner le câble.

On voit que théoriquement, on pourrait déduire de la relation (6) des valeurs infinies de T_o quand la valeur de S_A tendrait à être égale à $e^{f\theta}$. Ceci montre que la longueur d'une ligne funiculaire n'est pas illimitée. Mais en pratique S_A a toujours une valeur suffisamment inférieure à $e^{f\theta}$ pour que cette éventualité ne soit pas à envisager.

§ 10. — La tension maximum du brin rentrant a pour valeur :

$$T_M + S_A T_o$$

Celle du brin sortant étant T_o, l'effort maximum à développer à la jante des poulies motrices a pour valeur :

$$T_M - T_o (1 - S_A)$$

Si l'on désigne par V la vitesse de régime du câble et par η le rendement de la machine, la puissance maximum de la machine à vapeur devra être :

$$T = \frac{V}{75\,\eta}\left[T_M - T_o\,(1 - S_A)\right] \tag{7}$$

Cette relation permet de déterminer les dimensions des cylindres de la machine motrice.

Quant à la valeur moyenne de la tension du brin rentrant, elle s'obtiendra avec une approximation très suffisante en supprimant la surcharge hypothétique Q.

Soit T_m, cette tension moyenne.

Le travail moyen absorbé par la ligne sera à très peu près :

$$T' = \frac{V}{75\,\eta}\left[T_m - T_o\,(1 - S_A)\right] \tag{8}$$

Et si nous désignons par Q_F la valeur moyenne de la somme des efforts de traction de chaque voiture, le travail moyen utilisé à la jante des roues sera :

$$T'' = \frac{V}{75}\,Q_F \tag{9}$$

Le rendement moyen sera :

$$\frac{T''}{T'} = \frac{\eta\,Q_F}{T_m - T_o\,(S_A)} \tag{10}$$

TRAMWAYS ÉLECTRIQUES

Moteurs des voitures

§ 11. — Les premiers éléments à déterminer sont les dimensions à donner aux électro-moteurs des voitures.

Le calcul de ces dimensions est le même que le courant soit fourni par une ligne aérienne ou par des batteries d'accumulateurs. Elles dépendent évidemment des efforts à développer à la jante des roues.

Une fois le type de voiture choisi, on en connaît approximativement les poids à vide et en charge maxima et l'examen du profil permet d'en déduire l'effort de traction à développer en chaque point.

Les voitures ont généralement deux moteurs, surtout quand les profils sont très accidentés, de telle sorte que chaque moteur n'a à fournir que la moitié de l'effort nécessaire quand les efforts à vaincre sont très grands.

Désignons par :

D le diamètre des roues de la voiture ;
m le rapport des vitesses angulaires du moteur et de l'essieu ;
F l'effort de traction total (y compris les résistances du mécanisme) ;
C le couple moteur développé par l'induit de chaque moteur.

On a à chaque instant :

$$C = \frac{FD}{4\,m} \qquad (1)$$

Cette relation permet de déterminer le couple moteur à développer en chaque point de la ligne et notamment sur les plus fortes rampes du profil.

La connaissance du couple moteur maximum permet de déterminer les dimensions à donner à l'induit de chaque moteur. Soient :

N le flux total de force dans l'induit (supposé en anneau) ;
Ω la section du noyau ;
$B = \frac{N}{2\Omega}$ l'induction spécifique dans ce noyau ;
I le courant dans le fil induit ;
σ la section de chaque spire ;
$\delta = \frac{I}{2\sigma}$ la densité du courant dans l'induit ;
ν le nombre total de spires bobinées sur l'anneau.

On a la relation :

$$C = \frac{N I \nu}{2\pi} = \frac{2 B \Omega \delta \sigma \nu}{\pi} \quad (2)$$

$\sigma\nu$ représente la section totale du cuivre enroulé sur l'armature.

L'aire de cette section est proportionnelle à la circonférence extérieure de l'anneau et peut se représenter par une relation de la forme.

$$\nu \sigma = k \pi d \quad (3)$$

(Dans les bonnes machines k varie de $0^{cm^2},35$ à $0^{cm^2}5$ par centimètre de pourtour de l'anneau).

On peut donc écrire :

$$C = 2 k B \delta \Omega d \quad (4)$$

Les proportions des induits en anneau varient peu : en général la section Ω est égale au quart ou au cinquième du carré du diamètre.

Ces proportions choisies, l'équation (4) permet de calculer le diamètre, la section et toutes les autres dimensions de l'induit en fonction du couple moteur maximum et des valeurs maxima admises pour l'induction spécifique et la densité du courant dans l'armature.

L'induction spécifique maximum dans l'anneau ne dépasse pas en général 22 000 unités CGS par centimètre carré même pour les fers

les plus doux, car au-delà la perméabilité du fer devient très minime et la force magnétisante doit être très grande.

Quant à la densité du courant dans l'induit, elle n'a guère d'autre limite que l'échauffement maximum qu'il serait dangereux de dépasser.

En marche continue et régulière δ ne doit pas dépasser 4 à 5 ampères par millimètre carré. Mais pour un effort de faible durée, cette densité peut atteindre, sans danger, des valeurs beaucoup plus élevées, le cuivre de l'induit présentant une masse suffisante pour pouvoir emmagasiner une assez forte quantité de chaleur sans que sa température s'élève trop.

Pendant les démarrages, notamment, l'intensité du courant peut atteindre une très grande valeur.

L'examen du profil, et en particulier, la longueur des rampes les plus raides et les plus désavantageuses en prévision desquelles le moteur est établi, permet d'apprécier, dans chaque cas, la limite qu'il ne faut pas dépasser.

§ 12. — Les dimensions principales de l'anneau, une fois calculées, on en détermine le bobinage d'après la force contre-électromotrice qu'il doit développer à un nombre de tours fixé n par minute.

Le nombre de tours de spires est donné par la relation :

$$\nu = \frac{60 \, E \times 10^8}{2 \, n \, B \, \Omega} \qquad (5)$$

La section de chaque spire est donnée par la relation :

$$\sigma = \frac{k \pi d}{\nu}$$

Enfin, la résistance de l'armature se déduit de l'expression :

$$R_A = \frac{\nu \, L_A \times 10^{-6}}{2 \, \sigma} \qquad (6)$$

En supposant la résistance du cuivre de l'armature égale à 2×10^{-6}

pour un conducteur d'un centimètre de longueur sur un centimètre carré de section, et en désignant par L'_A la longueur moyenne d'une spire (L_A est égal en moyenne à 2,5 ou 3 d).

Ces équations permettent d'arrêter avec une approximation suffisante tous les détails de l'armature et de calculer les dimensions de l'entrefer.

§ 13. — On peut alors dessiner la carcasse du moteur de manière à déterminer les longueurs et les sections des différentes parties du circuit magnétique.

Désignons par :

l_a et l_i les longueurs moyennes des lignes de force dans l'armature et dans la carcasse des inducteurs ;

e la longueur de l'entrefer ;

γ_e et γ_i le rapport des sections de l'entrefer et du circuit magnétique dans l'inducteur à la section de l'armature ;

μ_a et μ_i la perméabilité magnétique du métal de l'induit et de l'inducteur ;

v le rapport du flux total au flux utile dans l'induit ;

m le nombre de tours de spires sur les inducteurs ;

i le courant inducteur.

La force magnétomotrice sera fournie par l'équation d'Hopkinson.

$$\Phi = 4 \pi mi = \frac{N}{2 \Omega} \left[\frac{l_a}{\mu_a} + \frac{l}{\gamma_e} + \frac{l_i v}{\gamma_i \mu_i} \right] \qquad (7)$$

ou d'une manière plus générale :

$$\Phi = 4 \pi mi = \frac{N}{2 \Omega} \left[\frac{l}{\gamma_e} + \Sigma \frac{l v}{\mu \gamma} \right] \qquad (7')$$

Cette équation permet de déterminer, à l'avance, avec une approximation suffisante la caractéristique du moteur et d'en prévoir les conditions de fonctionnement aux différents points de la ligne.

Les moteurs devant être aussi légers que possible doivent avoir leur induit et la carcasse des inducteurs faits avec un métal très doux possédant une perméabilité magnétique suffisante aux grandes valeurs de l'induction spécifique.

Pour atténuer autant que possible la réaction de l'induit, il faut choisir de fortes valeurs pour l'induction spécifique de manière à presque saturer le fer, sauf à dépenser davantage en cuivre sur les inducteurs et à faire un sacrifice sur le rendement.

On peut partir d'un point quelconque de la caractéristique pour vérifier les dimensions et le fonctionnement du moteur à établir.

§ 14. — L'équation (7) permet inversement de déterminer le flux N en fonction des ampères-tours inducteurs et par suite du courant i dans des inducteurs.

Le moteur étant généralement excité en série, le courant dans les inducteurs est égal au courant I dans l'armature.

La caractéristique une fois construite par points permet de calculer les valeurs diverses du couple C en fonction du courant I absorbé par le moteur, d'après la relation :

$$C = \frac{NI\nu}{2\pi}$$

Connaissant les valeurs du flux N en fonction de I, on peut en effet calculer les produits NI et par suite les valeurs du couple moteur en fonction du courant et inversement.

Ces calculs faits pour un certain nombre de points permettront de tracer la courbe $C = \varphi(I)$ qui est également très utile à connaître.

§ 15. — *Vitesse du moteur*. — On peut de même déterminer à l'aide d'un simple changement d'unités, au moyen de la caractéristique, la valeur de la force électromotrice e_o développée par l'induit à la vitesse de un tour par seconde, en fonction de la force magnétomotrice, c'est-à-dire du courant I.

$$e_o = N\nu \times 10^{-8}$$

La force contre électromotrice E développée à la vitesse de n tours par minute sera.

$$E = \frac{n e_o}{60}$$

D'autre part la différence de potentiel Δ E absorbée par les résistances intérieures de la machine peut se déterminer d'après la relation :

$$\Delta E = (r_a + r_i)\, I$$

Par suite, si nous désignons par V la différence de potentiel aux bornes du moteur, la vitesse de rotation du moteur (d'où se déduit la vitesse de la voiture) sera fournie par l'équation.

$$V = I\,(r_a + r_i) + n\,\frac{N\,\nu \times 10^{-8}}{60} \qquad (8)$$

D'où l'on peut tirer :

$$n = \frac{V - I\,(r_a + r_i)}{N\,\nu \times 10^{-8}} \times 60 \qquad (8')$$

Si V est maintenu constant, n est donc uniquement fonction de I et l'on peut construire par points la courbe des vitesses du moteur en prenant pour abscisses les valeurs du courant dans l'induit.

Il y a lieu de remarquer que la résistance intérieure $r_a + r_i$ n'est pas constante ; elle varie avec la température des enroulements et par suite avec l'intensité des courants qui les traversent. Mais ces courants étant excessivement variables, il sera préférable d'adopter une valeur fixe pour cette résistance intérieure, valeur correspondante à la température moyenne.

Ayant déterminé les résistances aux différents points du profil, les valeurs correspondantes du couple moteur, de l'intensité du courant et de la vitesse du moteur on possède tous les éléments nécessaires à une étude préliminaire et au calcul du nombre d'ampères heures absorbé par chaque trajet complet d'une voiture.

§ 16. — Aux démarrages la vitesse de rotation étant nulle, le courant qui traverse le moteur peut atteindre une valeur exagérée. Aussi a-t-on soin d'intercaler sur le passage du courant un rhéostat qui empêche l'intensité de s'accroître outre mesure et notamment de

dépasser la valeur correspondant à l'effort de traction maximum que les conditions d'adhérence permettent de réaliser.

Il est assez intéressant de calculer la quantité d'électricité absorbée à chaque démarrage, quantité qui vient parfois augmenter assez sensiblement le nombre d'ampères heures absorbés par la voiture à chaque voyage.

Soient, à un moment donné :

v la vitesse de la voiture ;
I l'intensité du courant correspondante ;
F l'effort de traction qui en résulte ;
r la résistance du profil ;
P le poids de la voiture chargée.

On a à chaque instant la relation :

$$dv = \frac{F - Pr}{\frac{P}{g}} dt \qquad (9)$$

D'où l'on tire :

$$I\, dt = \frac{1}{g} \frac{P\, I}{F - P\, r} dv \qquad (9')$$

et

$$\int I\, dt = \frac{1}{g} \int_0^v \frac{P\, I}{F - P\, r} dv \qquad (9'')$$

Cette intégrale peut se déterminer avec une suffisante approximation par la méthode de Simpson.

Une bonne disposition consiste à diviser l'enroulement inducteur en trois bobines que l'on peut mettre en série au moment des démarrages. Les deux moteurs étant également réunis en série à ce moment présentent alors une résistance intérieure suffisante pour que l'emploi d'un rhéostat ne soit pas nécessaire.

§ 17. — Faisons une application numérique des formules précédentes.

Supposons une ligne desservie par des voitures pesant jusqu'à dix tonnes en charge et présentant sur des longueurs importantes des rampes de 8 % nécessitant un effort de traction de 95 kilogrammes par tonne.

Nous supposerons une valeur de 500 volts pour la différence de potentiel sur le réseau et la voiture munie de deux moteurs à simple réduction présentant un rapport de vitesse avec l'essieu $m = 5$.

Le couple moteur à développer sur l'axe de chaque moteur est :

$$C = \frac{950 \times 0,80}{20} = 38$$

Sur la rampe de 80 millimètres.

Soit en unités C. G. S.

$$C = 38 \times 981 \times 10^{5} = 9728 \times 10^{6}$$

D'autre part le couple électrodynamique développé par chaque moteur est donné par les équations (2) et (4).

$$\begin{cases} C = \dfrac{N I \nu}{2 \pi} & (2) \\ C = 2\, k\, B\, \delta\, \Omega\, d & (4) \end{cases}$$

En supposant une perte de 10 % par hystérésis, courants de Foucault etc. Nous aurons :

$$0,90 \times 2k\, B\, \delta\, \Omega\, d = 3728 \times 10^{6}$$

Soit :

$$\begin{cases} 2\, k = 0,7 \\ B\, \delta = 15 \times 10^{5} \end{cases}$$

L'équation (4) donnera :

$$\Omega d = 3900 \text{ cm}^{2}$$

Nous prendrons :

$$\begin{cases} d = 26 \text{ cm} \qquad e = 6 \text{ cm} \\ \Omega = 150 \text{ cm}^{2} \\ l = 25 \text{ cm (soit 28 cm avec l'épaisseur des isolants entre les feuilles de tôle).} \end{cases}$$

Le nombre de tours de spire ν sera donné par l'équation (5)

$$\nu = \frac{60\,E \times 10^{-8}}{2\,n\,B\,\Omega}$$

Supposons qu'à l'allure de 600 tours à la minute correspondant à une vitesse de 18 kilomètres à l'heure, la force contre-électromotrice développée soit de 450 volts, l'induction spécifique correspondante étant de 15.000 unités; nous aurons :

$$\begin{cases} E = 450^{v} \quad B = 15000 \\ n = 600 \end{cases}$$

On en déduira ν=1.000 tours de spire, soit 500 sur chaque moitié de l'anneau.

La section sera déterminée par :

$$\sigma = \frac{0{,}35 \times \pi \times 26}{1000} = 0cm^2{,}03$$

Nous prendrons un fil de 2 millimètres de diamètre présentant une section de 0 cm² 0315. Avec son guipage ce fil présentera un diamètre extérieur de 2 mm. 8 et pourra aisément être bobiné 250 fois autour de l'anneau. On en mettra 4 couches et l'entrefer ne dépassera pas 1 cent, 4 y compris le jeu et le frettage.

La longueur moyenne d'une spire sera d'environ 69 centimètres et la résistance intérieure à chaud :

$$r_a = \frac{69000}{0{,}063} \times 10^{-6} = 1^{\omega}{,}10$$

Avec un courant dans l'armature de 50 ampères correspondant à une densité de 8 ampères par millimètre carré, la chute de potentiel dans l'induit ne dépassera pas 55 volts.

Supposons l'armature dessinée de manière à ce que l'on ait :

$$\begin{cases} l_i = 105 \text{ cm} \quad S_i = 2{,}86\,\Omega = 430 \text{ cm}^2 \quad \gamma_i = 1{,}43 \\ v = 1{,}3 \\ l_a = 40 \text{ cm} \quad \frac{1}{2} S_e = 405 \text{ cm}^2 \quad \gamma_e = 2{,}70 \end{cases}$$

L'induit et toute la carcasse seront supposés en fer très doux possédant aux diverses valeurs de l'induction spécifique les valeurs consignées dans le tableau ci-après.

INDUCTION dans l'anneau	PERMÉABILITÉ μ_a	INDUCTION dans la carcasse	PERMÉABILITÉ μ_i	RÉSISTANCES MAGNÉTIQUES			FORCE magnétomotrice
				induit	carcasse	entrefer	
14.000	823	12.750	1.210	0,05	0,09	1,04	16.520
15 000	526	13.640	950	0,08	0,11	1,04	18.450
16.000	320	14.550	658	0,13	0,16	1,04	21.280
17.000	161	15.450	433	0,25	0,24	1,04	26.010
18.000	90	16.360	267	0,45	0,40	1,04	34.020
19.000	54	17.270	142	0,74	0,74	1,04	47.880
20.000	30	18.130	84	1,33	1,25	1,04	72.400
21.000	18	19.100	51	2,22	2,06	1,04	111.720
22.000	10	20.000	30	4,00	3,50	1,04	187.880

Ces données permettent de construire par points la caractéristique du moteur pour des forces magnétisantes variant de 16.000 à près de 200.000 unités C. G. S.

Pour déterminer l'enroulement de l'inducteur nous chercherons à développer une force magnétisante de 100.000 unités avec une densité de courant dans l'armature d'environ 7 ampères par millimètre carré, soit 45 ampères.

Il faudra alors :

$$m = \frac{100.000}{4\pi \times 45 \times 10^{-1}} = 1800 \text{ tours de spire}$$

La longueur moyenne d'une spire étant de $0^m,90$, la longueur totale de l'enroulement inducteur sera de 1.620 mètres.

En donnant à cet enroulement une section de 16 millimètres carrés (correspondant à un fil de 4 mil. 5 de diamètre), la résistance à chaud sera d'environ 2 ohms.

$$r_i = 2\ \omega.$$

La résistance intérieure totale de la machine sera donc :

$$r_a + r_i = 3\omega,10$$

L'enroulement sur les inducteurs mesurera 9 à 10 cent. d'épaisseur sur 45 à 55 cent. de longueur.

Les valeurs de l'intensité du courant correspondant aux différentes valeurs de la force magnétomotrice Φ seront données par l'expression :

$$I = \frac{\Phi}{4\pi \times 1800} \times 10^{-1} = \frac{\Phi}{2262} \text{ (en ampères)}$$

Celles du couple moteur seront données par :

$$C = \frac{B\,\Omega\,I\nu}{\pi} = 47800\,B\,I \times 10^{-1} \text{ (en unités C. G. S.), I en ampères.}$$

L'effort de traction développé en kilogrammes sera donné par :

$$F = 0{,}900 \times \frac{20\,C}{D} = \frac{20 \times 4780\,B\,I}{4 \times 981000 \times 80} \times 0{,}90 = 1{,}10\,B\,I \times 10^{-3} \text{ (I en amp.)}$$

La force contre-électromotrice développée par l'anneau à la vitesse d'un tour par seconde sera :

$$e = N\nu \times 10^{-8} = 3\,B \times 10^{-8}$$

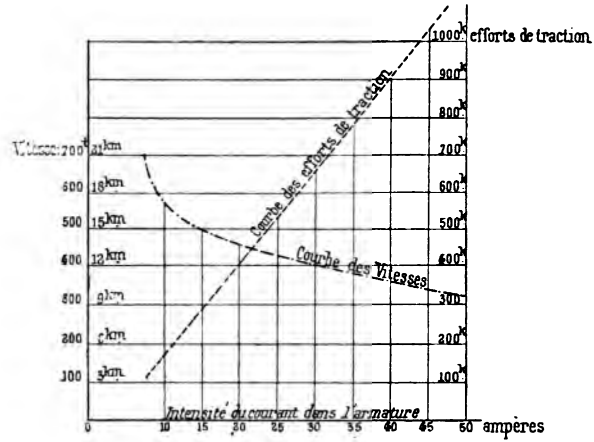
La chute de potentiel dans la machine par suite de la résistance intérieure sera :

$$\Delta E = 3{,}10 \times I$$

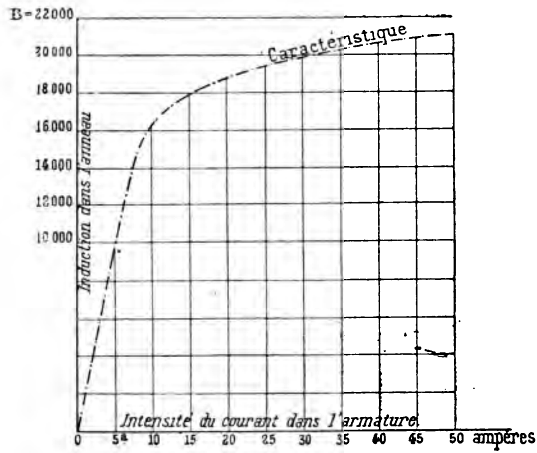
Ces relations permettent de déterminer les valeurs correspondantes du courant absorbé par chaque moteur, de l'induction dans l'induit, du couple moteur, de l'effort de traction, du nombre de tours, etc.

COURANT absorbé I	INDUCTION B	EFFORT de traction F	NOMBRE de tours par minute	VITESSE en kilomètres à l'heure	PERTE de volts
Ampères				kilomètres	
7,32	14.000	113	678	20,3	22ᵛ,7
8,15	15.000	134	630	18,9	25,3
9,40	16.000	165	588	17,6	29,2
11,50	17.000	215	547	16,4	35,6
15,05	18.000	298	504	15,1	46,5
21,20	19.000	443	457	13,7	65,6
32	20.000	704	401	12	99
48,30	21.000	1.116	333	10	150

Ces résultats sont représentés par les différentes courbes (1)-(2)-(3). Il va sans dire que ces calculs ne forment qu'une première approximation et qu'une étude plus approfondie conduirait probablement à apporter certaines modifications aux dimensions et aux enroulements du moteur projeté. Aussi nous ne les donnons qu'à titre de renseignement sur la marche à suivre en pareil cas.



efforts de traction
1000k
900k
800k
700k
600k
500k
400k
300
200k
100k
Vitesse: 700t 21km
600 18km
500 15km
400 12km
300 9km
200 6km
100 3km
Courbe des efforts de traction
Courbe des Vitesses
Intensité du courant dans l'armature
0 10 15 20 25 30 35 40 45 50 ampères



B=22000
20000
18000
16000
14000
12000
10000
Induction dans l'anneau
Caractéristique
Intensité du courant dans l'armature
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 ampères

CANALISATION

§ 18. — Les fils aériens ont en général un diamètre de 7 à 8 millimètres, soit une section de 40 à 50 millimètres carrés. Ces fils sont en bronze silicieux de haute conductibilité présentant une résistance à la traction de 40 à 50 kilos par millimètre carré et une résistance électrique à θ° de 17 à 20 ohms, par kilomètre et millimètre carré de section.

A chaud cette résistance est un peu plus élevée; aussi peut-on prendre en moyenne pour sa valeur le chiffre de 20 ohms.

La flèche prise par le fil entre deux supports voisins a pour valeur :

$$f = \frac{a^2 p}{8\,\mathrm{T}}$$

a étant la portée ;
p le poids du fil par mètre courant ;
T la tension.

La tension du fil par les plus grands froids ne doit pas dépasser le quart de la résistance de rupture, soit environ 12 kilos.

D'autre part, elle ne doit pas descendre au-dessous du $\frac{1}{6}$ ou du $\frac{1}{7}$ de cette résistance afin d'éviter les trop grandes flèches.

Supposons une portée de 60 mètres et une tension de 7 kilos par millimètre carré, le poids par mètre de longueur et millimètre carré de section étant de $0^{k},009$.

Nous aurons :

$$f = \frac{3,600 \times 0,009}{8 \times 7} = 0^{m}60 \text{ environ}$$

Le tableau suivant donne les valeurs de la tension par millimètre carré correspondant aux différentes températures.

Températures . .	— 10°	— 5°	0°	5°	10°	15°	20°
Tension par m/m².	12k,45	11k,50	10k,60	9k,80	9k,00	8k,20	7k,60
Flèche en cm. .	32	35	38	41	45	50	53

§ 19. — Les dimensions des câbles du réseau et les densités de courant à adopter se déterminent par des considérations d'ordres divers.

Il y a :

1° La considération de l'échauffement au passage du courant. Mais dans le cas présent, elle n'est jamais à envisager, l'échauffement de câbles aériens de 7 à 8 millimètres de diamètre ne dépassant guère 20 degrés centigrades sous des courants de 5 ampères par millimètre carré, intensités qui ne sont jamais atteintes.

2° Les conditions d'économie de force motrice qui tendent à limiter la chute de potentiel sur le réseau et à faire adopter une densité de courant particulière dépendant du prix de revient de la canalisation, de l'unité de force motrice, de la durée annuelle de fonctionnement et du taux d'amortissement choisi.

On applique généralement pour la recherche de la densité de courant la plus avantageuse la règle de Thomson.

En supposant :

Le prix de revient de la canalisation par mètre courant représenté par une fonction linéaire de la section du câble, de la forme :

$$\chi = m + ns$$

Le prix de revient du watt heure représenté par une fonction linéaire de la puissance de l'installation de la forme :

$$h = q + pW$$

En désignant par

a le taux d'intérêt et d'amortissement choisi ;
ρ la résistance spécifique du conducteur ;
t le nombre d'heures annuel du fonctionnement.

La règle de Thomson donne pour la valeur la plus avantageuse de la densité

$$\delta = \frac{i}{s}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{na}{p\rho t}}$$

Cette formule appliquée aux canalisations de tramway, conduit à adopter une valeur moyenne de la densité de courant voisine de 1 ampère par millimètre carré.

La perte de charge correspondante est d'environ 20 volts par kilomètre.

§ 20. — La section des fils aériens étant limitée, il en est de même pour l'intensité des courants qui les traversent. Aussi quand la longueur de la ligne dépasse une certaine valeur, il devient nécessaire d'alimenter le câble aérien en plusieurs points par des feeders convenablement disposés, ou bien de le soulager par un conducteur souterrain de gros diamètre parallèle à la ligne et relié de distance en distance au fil aérien.

On emploie la première solution dans le cas de réseaux véritables formant des polygones ouverts ou fermés.

La deuxième solution s'emploie dans le cas de lignes uniques à peu près rectilignes.

Si nous désignons par b le nombre des voitures circulant par kilomètre, et par i le courant moyen absorbé par chaque voiture sur le kilomètre correspondant, l'intensité du courant à fournir sera de $b\,i$ ampères par kilomètre.

Pour la simplicité des calculs, on peut supposer la consommation du courant uniformément répartie sur la longueur de chaque kilomètre. Ayant ainsi réparti avec une approximation suffisante la consommation de courant sur tout le réseau, on peut faire le calcul des feeders d'une manière analogue au cas des canalisations à lumière.

La distance maxima entre deux points d'alimentation sera donnée par la relation :

$$\delta s = 4\ \Sigma\ L\ bi$$

Soit :

bi = 40 ampères par kilomètre
s = 50 millimètres carrés
δ = 1 ampère par millimètre carré

Nous aurons approximativement :

$$L = 5 \text{ kilomètres}$$

Par suite, quand la longueur de la ligne dépassera 5 kilomètres, l'emploi de feeders ou de conducteurs supplémentaires sera nécessaire.

Pour une ligne de 5 kilomètres, avec l'usine placée au milieu, la chute de potentiel aux extrémités les plus éloignées atteindrait 50 volts, soit 10 % de la tension de 500 volts généralement admise et la perte d'énergie dans la canalisation serait d'environ 5 % de l'énergie produite à l'usine.

Dans les longues lignes, la perte dans la canalisation atteint parfois jusqu'à 15 % de l'énergie produite à l'usine, et la chute de potentiel aux points les plus éloignés dépasse parfois 100 volts.



TRACTION PAR ACCUMULATEURS

§ 21. — Le calcul des moteurs se fait d'après les mêmes considérations que nous avons développées ci-dessus et en suivant une marche identique. Ce calcul ne présente aucune particularité saillante ; toutefois la force électromotrice devra être sensiblement réduite ; elle ne devra pas dépasser 200 volts pour ne pas multiplier outre mesure le nombre des éléments secondaires.

L'examen de la ligne et la connaissance de la caractéristique du moteur permettront de déterminer l'intensité du courant absorbé en chaque point par les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} B = \varphi\,(I) \\ C = \dfrac{B\Omega\nu I}{\pi} \end{array} \right.$$

La caractéristique du moteur pourra d'ailleurs être déterminée à l'avance avec une approximation suffisante d'après les mêmes procédés que nous avons déjà passés en revue.

On en déduira la chute de potentiel causée par la résistance intérieure du moteur d'après la relation.

$$\Delta E = (r_a + r_i)\ I$$

Ainsi que la force contre-électromotrice développée par lui à la vitesse de 1 tour par seconde aux intensités correspondantes :

$$e_o = B\Omega\nu \times 10^{-8}$$

Ces éléments, une fois déterminés, permettront de faire le calcul du poids de la batterie d'accumulateurs nécessaire au service de la voiture.

En effet, les conditions précédentes permettront de déterminer au

point le plus défavorable de la ligne, la force électromotrice à développer aux bornes de la batterie pour pouvoir équilibrer d'une part la chute de potentiel due à la résistance intérieure du moteur et la force contre-électromotrice nécessaire pour imprimer à la voiture une vitesse donnée sur la rampe considérée.

Soient :

E_m cette force électromotrice minima ;
δ la densité maxima de courant admise par kilogramme de plaque ;
e la force électromotrice d'un élément sous la charge δ ;
n le nombre d'éléments à grouper en série ;
p le poids des éléments groupés en quantité.

Nous aurons :

$$\begin{cases} n = \dfrac{E_m}{e} \\ p = \dfrac{I}{\delta} \\ P = np = \dfrac{E_m I}{e\delta} \end{cases}$$

Ce poids P, peut d'ailleurs se mettre sous une autre forme plus commode pour la détermination approximative et rapide de sa valeur :

Soient :

ρ le rendement des moteurs électriques sous la charge maxima et à la vitesse choisie ;
V la vitesse correspondante de la voiture ;
F l'effort de traction maximum à développer.

Nous aurons la relation :

$$\rho E_m I = FV$$

D'où l'on déduit :

$$\begin{cases} E_m I = \dfrac{FV}{\rho} = P\, e\delta \\ P = \dfrac{FV}{\rho\, e\delta} \end{cases}$$

Supposons une voiture de 14 tonnes, remontant une rampe de 36 millimètres par mètre, dont la résistance est de 50 kilogrammes par tonne et soit :

$V = 1^m 25$ à la seconde, soit $4^{km},5$ à l'heure ;
$\rho = 0,50$;
$\delta = 5$ ampères par kilogramme de plaque ;
$e = 1^v,80$.

Nous aurons :

$$P = \frac{14 \times 50 \times 9,81 \times 1,25}{0,5 \times 1,8 \times 5} = 1,900 \text{ kilogrammes environ}$$

Le poids correspondant de la batterie serait d'environ 3.000 kilogrammes :

Pour les très fortes rampes le poids de la batterie devient excessif et rend presque impossible l'emploi de ce système.

§ 22. — Les types différents d'accumulateurs qui ont été essayés pour la traction mécanique des tramways sont nombreux ; nous citerons notamment les accumulateurs Julien, Gadot, Reckenzaum, Philipart, Laurent Cély, Commelin-Desmazures.

Sauf ces derniers, tous ces générateurs secondaires sont basés sur l'emploi des sels de plomb. Comme on le sait, ces éléments sont de deux genres différents : ceux du type Planté, à formation lente, composés essentiellement d'électrodes en plomb dont les matières actives sont obtenues par une série d'électrolyses et ceux du type Faure, dont les électrodes contiennent les pâtes de sels de plomb toutes préparées aux actions électrolytiques et retenues dans des grilles de formes et dispositions diverses.

Les accumulateurs du genre Planté et parmi eux, notamment les accumulateurs Tudor présentent l'avantage d'être plus solides et d'avoir une durée plus grande que ceux du second type. Mais leur poids est aussi plus considérable par rapport à leur capacité utile, ce qui n'en permet pas l'emploi pour la traction des tramways.

Cette dernière application nécessite avant tout des éléments légers,

peu encombrants, possédant une puissance spécifique et une capacité considérables sous un poids et un volume donnés.

Dans certains types, cette capacité atteint jusqu'à 12 et 13 ampères heures par kilogramme de plaques, sous un régime de décharge de 2 ampères par kilogramme ; beaucoup travaillent momentanément sous des intensités de courant de 4 à 5 ampères par kilogramme de plaques, à la décharge, en donnant une puissance électrique disponible aux bornes de 8 et 9 watts.

Toutefois un service aussi dur abrège beaucoup la durée de ces éléments qui, par le fait même de leur constitution, ne sont déjà pas très robustes.

La force électromotrice des accumulateurs au plomb est loin d'être constante pendant la charge. Au début sa valeur s'élève rapidement jusqu'à 2 volts 1, puis croît lentement jusque vers 2 v. 2. A la fin de l'opération on constate une élévation rapide jusque vers 2v.3 et 2v.4, tensions auxquelles doit s'arrêter normalement la charge. En la poussant au-delà, on voit la force électromotrice continuer à augmenter lentement et dépasser parfois 2 v. 6 ; on observe en même temps un dégagement gazeux abondant indiquant la saturation des électrodes et la décomposition de l'électrolyte.

La densité du courant de charge varie avec les types employés. On a intérêt à l'augmenter autant que possible afin de diminuer la durée d'immobilisation de ces appareils. Mais si cette intensité est trop grande, les réactions n'ont pas le temps de se produire et une partie des gaz provenant de la décomposition de l'électrolyte s'échappe inutilement, ce qui diminue le rendement en quantité.

Au début de la charge, les réactions se produisent plus facilement qu'à la fin parce que toute la masse des matières actives est prête à ces réactions, tandis qu'à la fin, elles n'ont lieu que dans les couches profondes, moins facilement accessibles.

Il est donc bon de faire décroître progressivement l'intensité du courant de charge au fur et à mesure que la force électromotrice augmente.

Pour cela, il suffit de charger les accumulateurs sous une diffé-

rence de potentiel constante, par exemple de 2 v. 3 à 2 v. 4, quoique le rendement soit alors moins bon.

L'intensité du courant de charge est alors très grande au début et atteint jusqu'à 10 ampères par kilogramme de plaques.

Sinon, on est obligé d'augmenter progressivement la force électromotrice des machines au fur et à mesure de la charge et ce n'est guère pratique surtout quand il y a plusieurs batteries en dérivation.

Pendant la décharge on observe des variations de la force électromotrice analogues à celles qui signalent la charge. Cette force électromotrice tombe d'abord rapidement à 2 volts et en dessous, puis demeure longtemps presque constante décroissant très lentement jusque vers 1 v. 9. La diminution devient ensuite très rapide; mais on doit arrêter la décharge avant que cette force électromotrice n'ait atteint environ 1 v. 8.

La résistance électrique intérieure varie aussi pendant la charge et la décharge. Elle paraît être plus grande pendant la première opération que pendant la seconde; elle suit les changements progressifs de composition de l'électrolyte et surtout des matières actives. On a constaté qu'elle ne dépendait guère de l'écartement des plaques, mais bien de leur étendue et de l'état des matières actives recouvrant leur surface. Elle augmente à la fin de la charge et de la décharge. Des mesures faites par M. Ayrton auraient donné pour cette résistance intérieure moyenne :

A la charge : 0 ω. 10 à 0 ω. 13 par décimètre carré de surface d'électrodes positives.

A la décharge : 0, ω. 08 à 0, ω. 09.

La chute de potentiel pour une densité de 2 ampères par décimètre carré est donc de 0 v. 2 à 0 v. 25 pendant la charge et 0 v. 15 à 0 v. 18 pendant la décharge.

Pour les accumulateurs au cuivre, système Commelin-Desmazures, la résistance intérieure serait à peu près de même ordre, soit 0,12 à 0,14 par décimètre carré de plaques de cuivre.

§ 23. — On distingue pour les accumulateurs le rendement en quantité et le rendement en énergie.

Le rendement en quantité a pour expression :

$$\rho = \frac{\int_o^t idt}{\int_o^T \mathrm{I}dt}$$

i et I étant les intensités variables du courant pendant la décharge et la charge.

t et T les durées respectives de ces opérations.

Ce rendement varie beaucoup avec le régime de marche.

En opérant avec beaucoup de précautions, on est arrivé à obtenir des rendements en quantité de 0,95.

Le rendement en énergie est le rapport de l'énergie électrique utilisée aux bornes de la batterie pendant la décharge à l'énergie dépensée pendant la charge aux bornes de cette batterie.

Ce rendement a pour expression :

$$\rho' = \frac{\int_o^t eidt}{\int_o^T \mathrm{EI}dt}$$

Et l'on a les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathrm{E} = \mathrm{E'} + \mathrm{IR} \\ e = e' - ir \end{array} \right.$$

E. E', e, e' étant les forces électromotrices aux bornes à circuit ouvert et à circuit fermé pendant la charge et la décharge R et r étant les résistances intérieures respectives.

Quand la charge se fait sous différence de potentiel constante E, le rendement en énergie peut se mettre sous la forme :

$$\rho' = \rho \times \frac{e}{\mathrm{E}}$$

e étant la différence de potentiel aux bornes, moyenne, pendant la décharge.

On est arrivé actuellement à obtenir dans certains cas et avec des soins particuliers, des rendements dépassant 85 % et sous ce rapport les accumulateurs ont fait des progrès constants et très marqués depuis les débuts de leur emploi.

Toutefois ces chiffres élevés ne s'obtiennent qu'avec de grandes précautions et un régime très régulier et modéré. On est bien loin de les atteindre dans l'application spéciale de la traction mécanique des tramways.

En supposant :

1° Un rendement en quantité de 85 % (chiffre obtenu en pratique).

2° Une force électromotrice de charge constante et égale à 2v.,4 par élément.

3° Une différence de potentiel moyenne à la décharge de 1v.,9 aux bornes de l'élément.

Le rendement moyen en énergie est de :

$$0{,}85 \times \frac{1{,}9}{2{,}4} = 0{,}67$$

En pratique on peut compter sur un rendement de 65 à 70 %.

§ 24. — Supposons une application faite avec une voiture de tramway pesant 14 tonnes en charge, munie d'une batterie d'accumulateurs contenant 2.000 kilogrammes de plaques.

Nous supposerons cette voiture munie de deux moteurs électriques possédant exactement les mêmes dimensions que celui dont nous avons calculé les lignes principales au §, mais avec un enroulement transformé de manière à l'adapter à une tension de 200 volts au lieu d'une tension de 500.

Nous aurons :

$$\begin{cases} d = 26 \text{ cm.} & e = 6 \text{ cm.} \\ l = 25/28 \text{ cm.} & \Omega = 150 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$\nu = 400$ tours de spire (200 sur chaque moitié) ;
$\sigma = 0^{cm^2},080$ $\quad r_a = 0^{m},170$;

Inducteurs $\begin{cases} l_i = 105 \text{ cm.} \\ l_a = 40 \text{ cm.} \end{cases}$ $S_i = 430 \text{ cm}^2$ $\gamma_i = 1{,}43$
$S_e = 405 \text{ cm}^2$ $\gamma_e = 2{,}70$ $e = 1^{cm}{,}4$

$m = 720$ tours de spire sur l'inducteur.
Longueur de l'enroulement $= 720 \times 0{,}90 = 648$ mètres
Section » $= 0^{cm^2}{,}40$
Résistance $r_i = 0\omega 33$.
Résistance intérieure totale $r_a + r_i = 0\omega{,}500$

La caractéristique aura absolument la même forme que celle du moteur primitif; seulement l'échelle des abscisses sera deux fois et demi plus grande. Elle permet de déduire pour les conditions de fonctionnement du moteur les résultats suivants :

COURANT absorbé	INDUCTION dans l'anneau	EFFORT de traction	PERTE de volts	TENSION 200 v.		TENSION 100 v.	
				Tours	Vitesse	Tours	Vitesse
Ampères		kilogr.			kilom.		kilom.
18,3	14.000	113	9ᵛ,15	678	20,3	324	9.7
20,4	15.000	134	10,20	630	18,9	300	9
23,4	16.000	165	11,75	588	17,6	276	8,3
28,75	17.000	215	14,35	547	16,4	252	7,6
37,65	18.000	298	18,80	504	15,1	225	6,7
53	19.000	443	26,50	457	13,7	193	5,8
80	20.000	704	40	401	12	150	4,5
120,75	21,000	1116	60,40	333	10	94	2,8

Comme on le voit avec une batterie de 2000 kilogrammes de plaque il sera difficile de dépasser un effort de traction de 700 à 750 kilogrammes, correspondant à une rampe de 38 à 40 millimètres. Et même sur ces rampes la vitesse est excessivement réduite.

TABLE DES MATIÈRES

Paris. — Imp. E. BERNARD et Cie, 23, rue des Grands-Augustins.